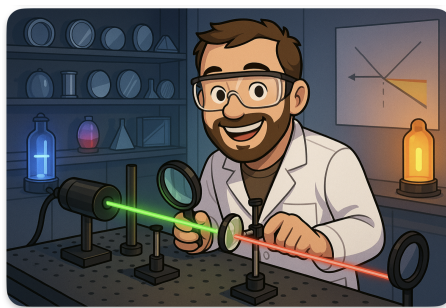


# LENTILLES ET SYSTÈMES OPTIQUES



## Compétences visées:

- Identifier et caractériser une lentille mince (convergente ou divergente).
- Utiliser les notions de distance focale et de vergence.
- Relier stigmatisme et conditions de formation d'une image nette.
- Tracer les rayons remarquables à travers une lentille.
- Utiliser la relation de conjugaison (Descartes).
- Utiliser la formule de Newton.
- Calculer un grandissement et l'interpréter.
- Relier schéma optique et équations.
- Vérifier la cohérence des résultats (unités, signes, ordre de grandeur).
- Modéliser l'œil humain et comprendre ses limites
- Décrire le principe de la lunette astronomique afocale.
- Comprendre le fonctionnement du microscope optique.

## Table des matières

<b>I</b>	<b>Modélisation des lentilles minces</b>	<b>3</b>
A	Stigmatisme et formation des images . . . . .	3
B	Lentilles convergentes et divergentes . . . . .	3
C	Distance focale et vergence . . . . .	4
<b>II</b>	<b>Tracé des rayons lumineux réfractés par une lentille</b>	<b>5</b>
A	Les trois cas particuliers . . . . .	5
B	Plan focal objet et image . . . . .	8
<b>III</b>	<b>Formules sur les lentilles minces</b>	<b>8</b>
A	Relations géométriques . . . . .	8
B	Grandissement . . . . .	9
C	Formule de Newton . . . . .	9
D	Relation de conjugaison (formule de Descartes) . . . . .	10
<b>IV</b>	<b>Quelques systèmes optiques</b>	<b>14</b>
A	L'œil humain . . . . .	14
A-1	Biologie et modèle de l'œil . . . . .	14
A-2	Pouvoir séparateur . . . . .	15
B	Lunette astronomique afocale . . . . .	18
C	Le microscope optique . . . . .	20

*Une bonne partie des schémas de ce cours sont issus de l'adaptation d'un code de Jimmy Roussel.*

## I Modélisation des lentilles minces

### A Stigmatisme et formation des images

#### ☰ Définition : Stigmatisme

Un système optique est dit **stigmatique** pour un couple de points  $A$  et  $A'$  si tous les rayons lumineux issus du point  $A$  passent par le point  $A'$  après traversée du système optique.

Le point  $A'$  est appelé **image** du point  $A$ .

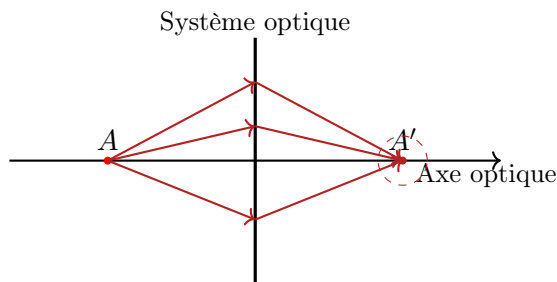


FIGURE 1 – Système stigmatique

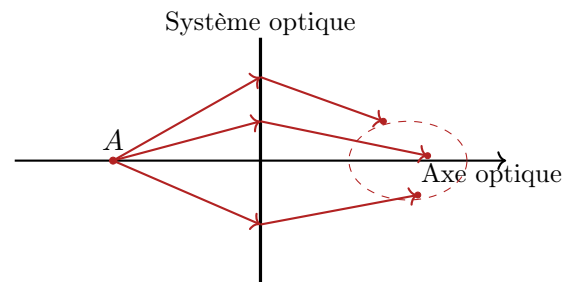


FIGURE 2 – Système non stigmatique

### B Lentilles convergentes et divergentes

#### ☰ Définition : Lentille mince

Une lentille est constituée de deux surfaces, planes ou sphériques et possède une symétrie de révolution autour d'un axe, qui est appelé axe optique.

On qualifie une lentille de mince lorsque son épaisseur est très inférieure au rayon de courbure.

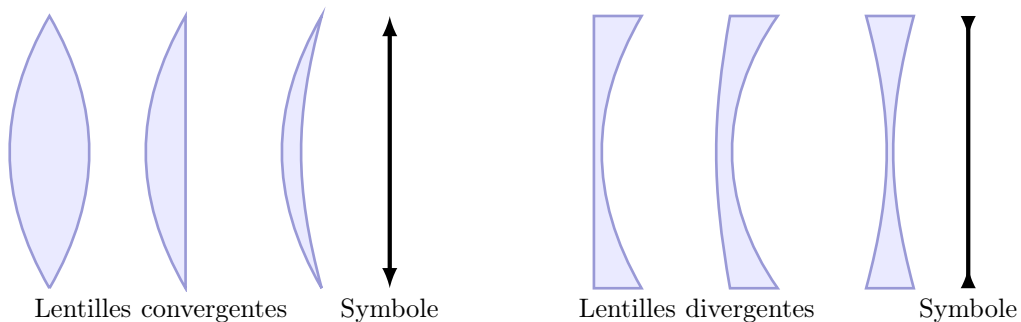


FIGURE 3 – Différents types de lentilles minces

## C Distance focale et vergence

### 📖 Définition : Distance focale et vergence

On mesure la **distance focale**  $f'$  d'une lentille entre le centre de la lentille  $O$  et le foyer image  $F'$  :

$$f' = \overline{OF'}$$

La **vergence**  $C$  (ou  $V$ ) est l'inverse de la distance focale. Elle s'exprime en **dioptries** ( $\delta$ ) lorsque  $f'$  est en mètres ( $m$ ) :

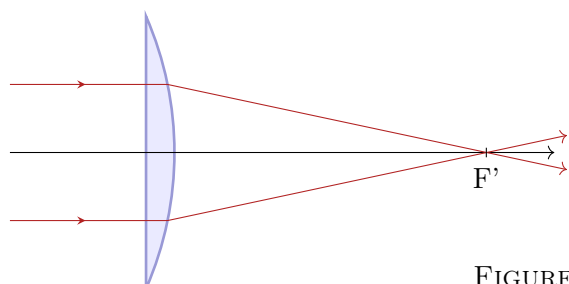
$$C = \frac{1}{f'}$$

### ⚠ Attention : Valeur algébrique

Contrairement à une distance classique (toujours positive), une **valeur algébrique** tient compte du **sens** sur un axe orienté. Très généralement, elle sera positive de gauche à droite et de bas en haut.

### 🔗 Propriété : Lentilles convergentes et divergentes

Les lentilles convergentes ont tendance à faire converger la lumière. Elles sont plus épaisses au centre que sur les bords.



Les lentilles divergentes ont tendance à faire diverger la lumière. Elles sont plus épaisses sur les bords que au centre.

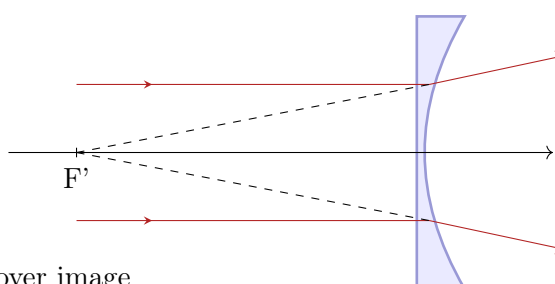


FIGURE 4 – foyer image

Le point  $F'$  vers lequel convergent les rayons est appelé **foyer image**.

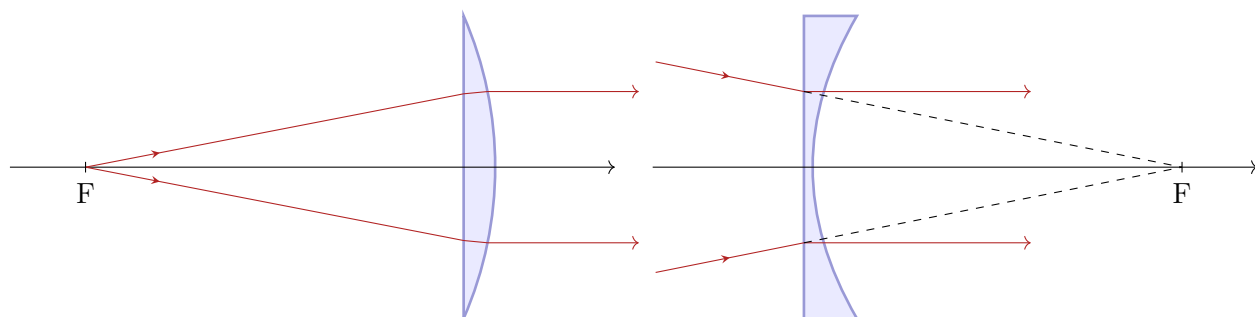


FIGURE 5 – foyer objet

Si les rayons qui sortent de la lentille sont parallèles à l'axe optique, cela veut dire qu'ils passent par le **foyer objet**, noté  $F$ .

## II Tracé des rayons lumineux réfractés par une lentille

### A Les trois cas particuliers

#### Propriété : Rayon parallèle à l'axe optique

Un rayon parallèle à l'axe :

- passe par  $F'$  pour une lentille convergente ;
- semble provenir de  $F$  pour une lentille divergente.

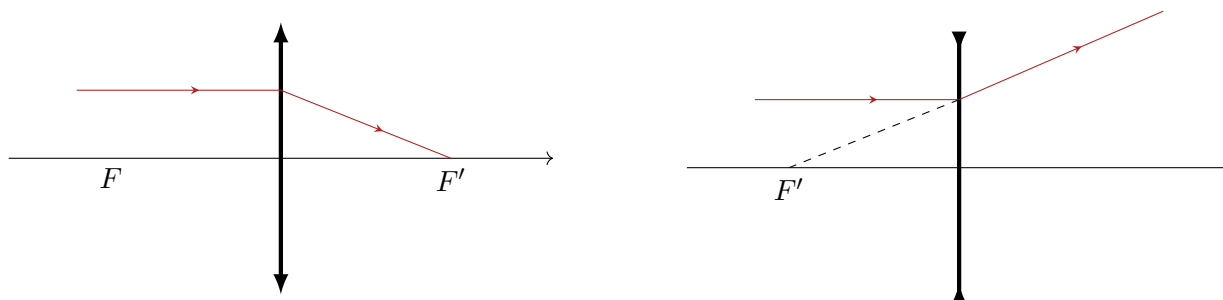


FIGURE 6 – Rayon parallèle à l'axe optique

Un rayon passant par le centre optique  $O$  n'est pas dévié.

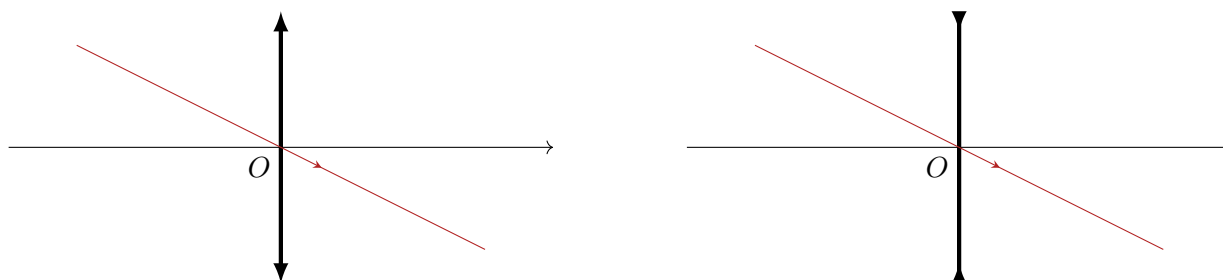


FIGURE 7 – Rayon passant par le centre optique

- Un rayon passant par  $F$  émerge parallèle (convergente) ;
- Un rayon dirigé vers  $F'$  émerge parallèle (divergente).

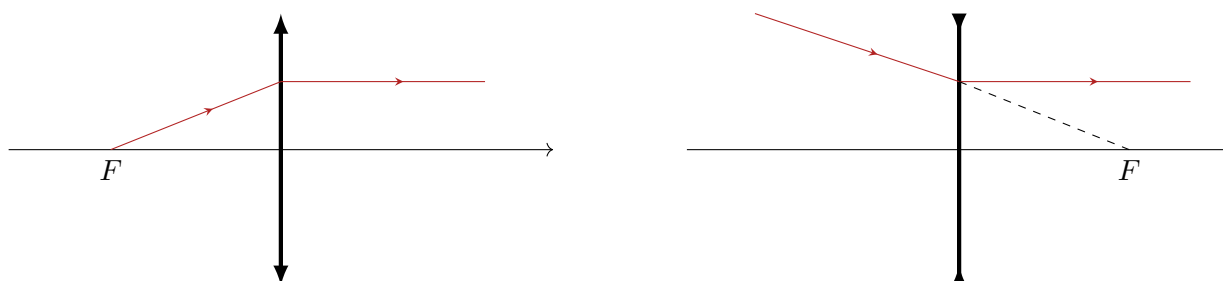
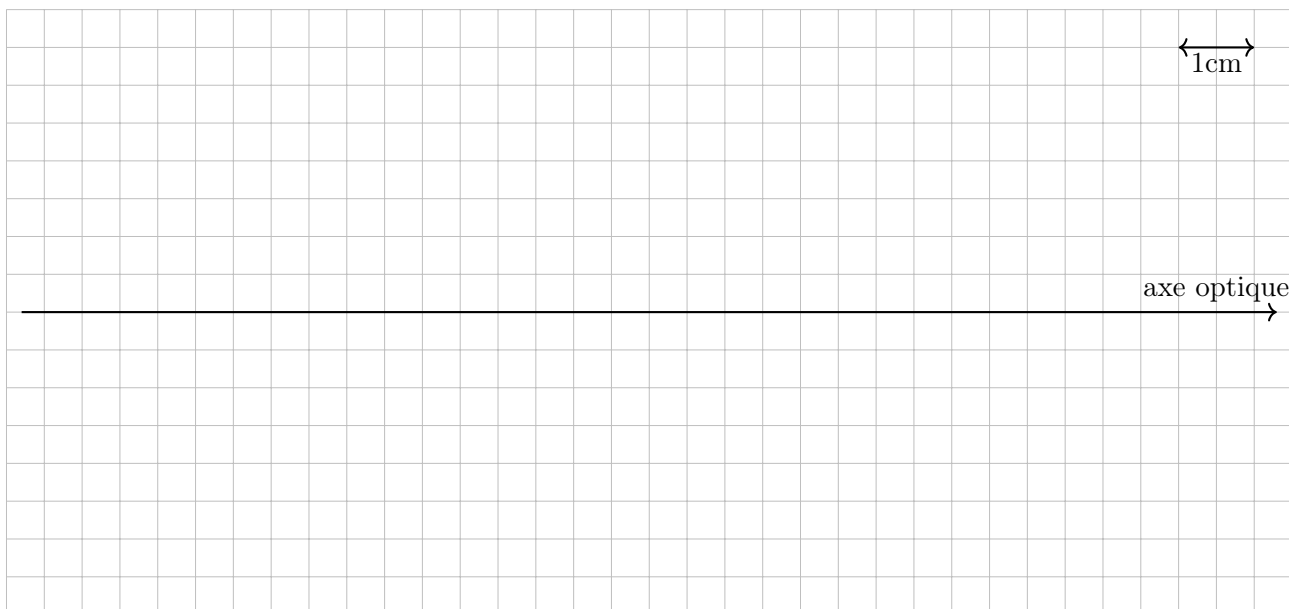


FIGURE 8 – Rayon issue du foyer objet

**Exercice 1** Tracer des rayons - lentille convergente (★)

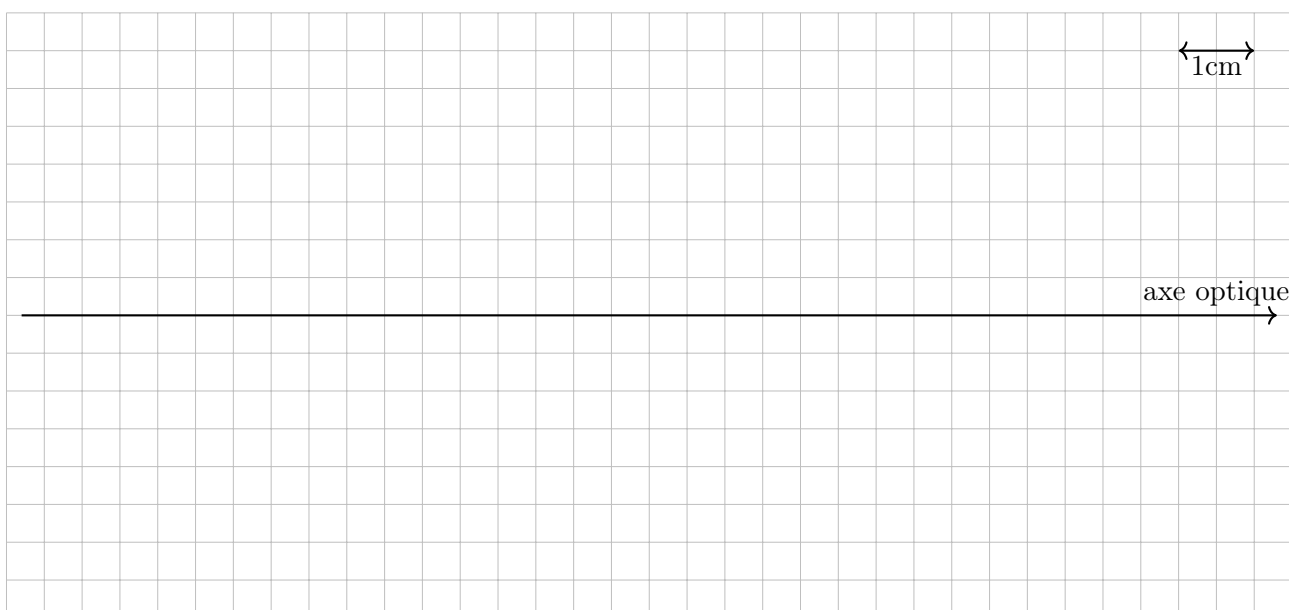
On considère une lentille convergente de centre  $O$  et de focale  $2\text{ cm}$ . Un objet  $AB$  orthogonale à l'axe optique est placé à  $4\text{ cm}$  à gauche de la lentille. L'objet fait  $2\text{ cm}$  de haut.

**Q1** Après avoir placé la lentille au centre du graphe, tracer l'image  $A'B'$  issue de l'objet  $AB$ .

**Exercice 2** Tracer des rayons - lentille convergente (★★)

On considère une lentille convergente de centre  $O$  et de focale  $4\text{ cm}$ . Un objet  $AB$  orthogonale à l'axe optique est placé à  $4\text{ cm}$  à gauche de la lentille. L'objet fait  $2\text{ cm}$  de haut.

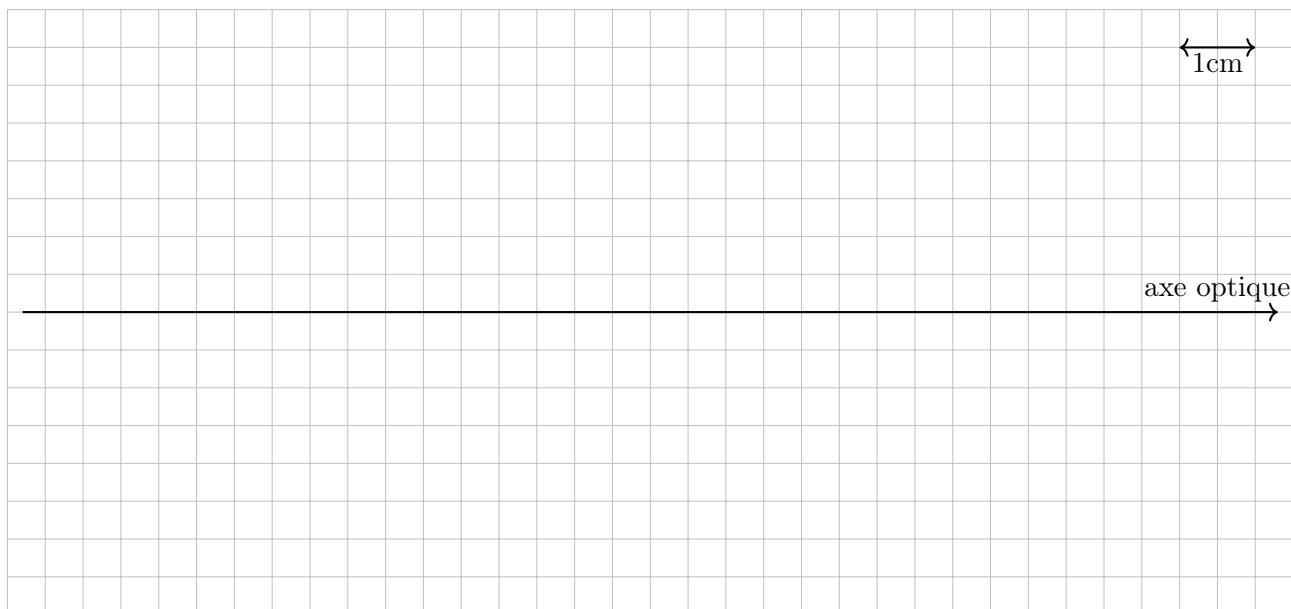
**Q1** Après avoir placé la lentille au centre du graphe, tracer l'image  $A'B'$  issue de l'objet  $AB$ .



**Exercice 3** Tracer des rayons - lentille divergente (★ ★)

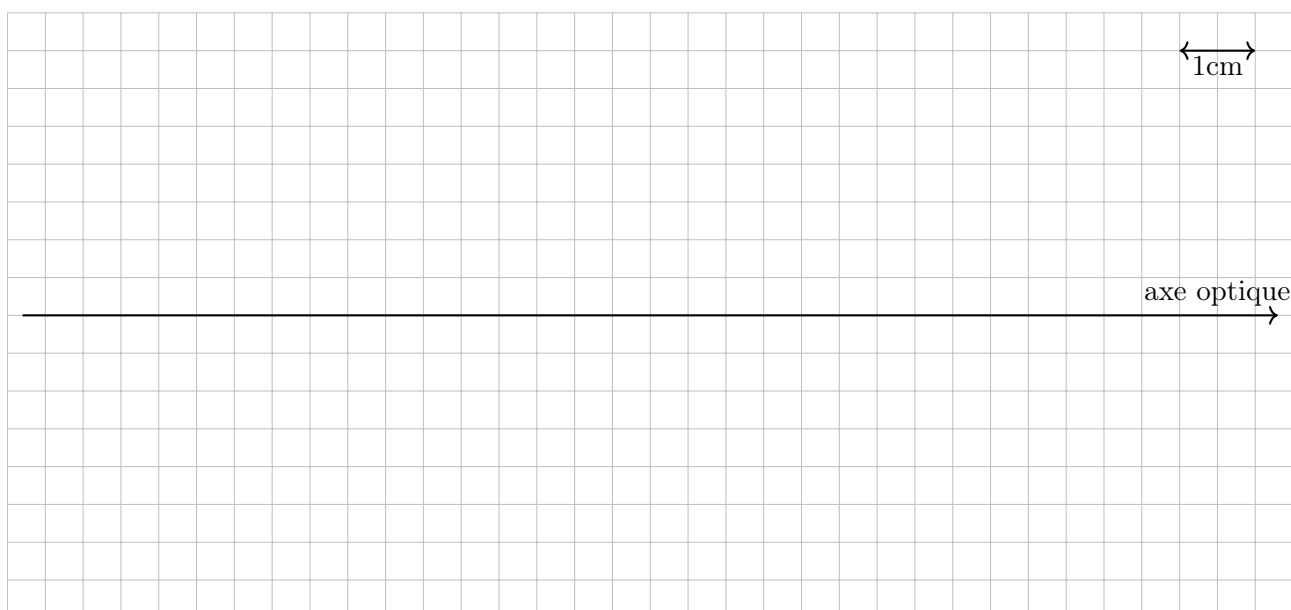
On considère une lentille divergente de centre  $O$  et de focale  $2\text{ cm}$ . Un objet  $AB$  orthogonale à l'axe optique est placé à  $4\text{ cm}$  à gauche de la lentille. L'objet fait  $2\text{ cm}$  de haut.

**Q1** Après avoir placé la lentille au centre du graphe, tracer l'image  $A'B'$  issue de l'objet  $AB$ .

**Exercice 4** Tracer des rayons - lentille convergente (★ ★)

On considère une lentille convergente de centre  $O$  et de focale  $4\text{ cm}$ . Un objet  $AB$  orthogonale à l'axe optique est placé à  $2\text{ cm}$  à gauche de la lentille. L'objet fait  $2\text{ cm}$  de haut.

**Q1** Après avoir placé la lentille au centre du graphe, tracer l'image  $A'B'$  issue de l'objet  $AB$ .



## B Plan focal objet et image

### 🔗 Propriété : Les plans focaux

Des rayons incidents parallèles entre eux, mais inclinés par rapport à l'axe optique, convergent (ou semblent diverger) en un point unique appelé foyer secondaire.

Ce point appartient au **plan focal** :

- Pour une lentille convergente : Les rayons convergent en un point du plan focal image (passant par  $F'$ )
- Les rayons issus d'un point appartenant au plan focal objet, ressortent parallèles à l'axe optique.

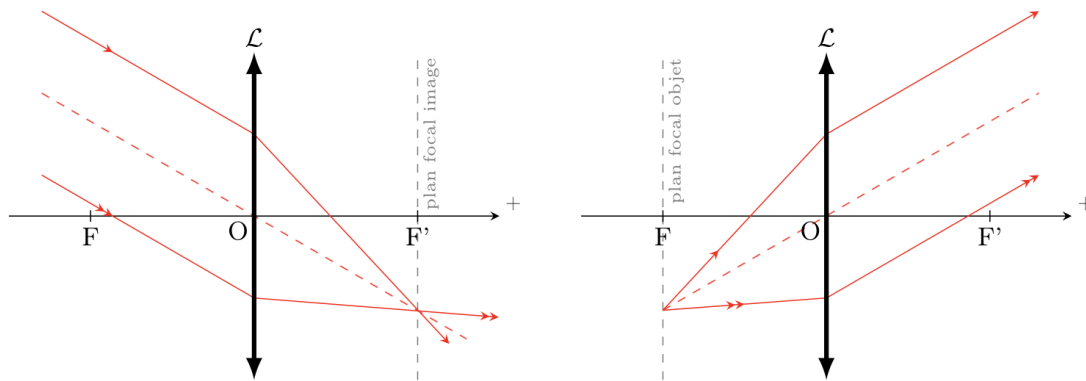


FIGURE 9 – Rayon hors de l'axe optique, *Femto-Physique*

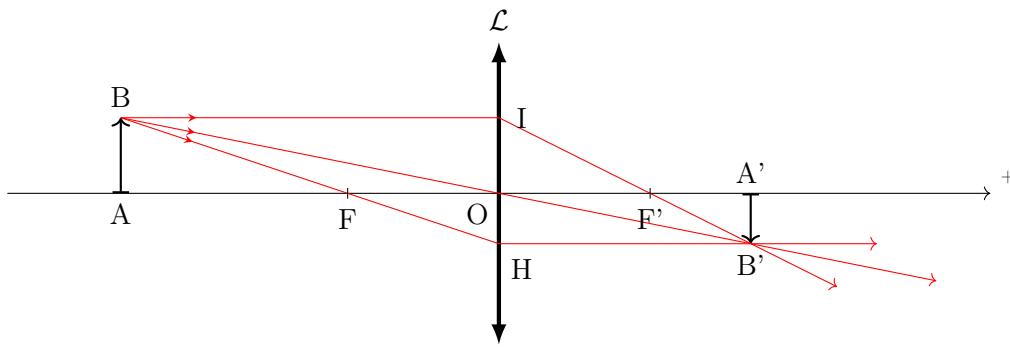
### 🔧 Methode : Tracer l'image d'un objet qui n'est pas sur l'axe

1. Tracer le plan focal image (ou objet)
2. Tracer une droite parallèle aux deux rayons issues de A et B, qui passe par le centre optique.
3. Identifier l'intersection entre cette droite et le plan focal.
4. Les deux autres rayons se rejoignent au niveau de ce point.

## III Formules sur les lentilles minces

### A Relations géométriques

Prenons le cas d'un objet créé par une lentille mince convergente :

FIGURE 10 – Image  $A'B'$  issue d'une lentille convergente

On obtient avec le **théorème de Thalès** les relations :

Dans les triangles **OAB**  
et **OA'B'** :

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{OA}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{OA'}} \quad (1)$$

Dans les triangles **FAB** et  
**FOH** : ( $\overline{OH} = \overline{A'B'}$ )

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{FA}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{FO}} \quad (2)$$

Dans les triangles **F'IO**  
et **F'A'B'** : ( $\overline{OI} = \overline{AB}$ )

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{F'O}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{F'A'}} \quad (3)$$

## B Grandissement

### 📖 Définition : Grandissement d'une lentille

Le grandissement étant défini par le rapport (algébrique) de taille de l'image sur taille de l'objet :

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = \frac{\overline{FO}}{\overline{FA}} = \frac{\overline{FO'}}{\overline{F'A'}}$$

## C Formule de Newton

### 📝 Démonstration : Formule de Newton

D'après les égalités (2) et (3) établies précédemment :

$$\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{F'A'}}{\overline{F'O}} \quad \text{et} \quad \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{FO}}{\overline{FA}}$$

En égalant ces deux expressions du grandissement  $\gamma$ , on obtient :

$$\frac{\overline{F'A'}}{\overline{F'O}} = \frac{\overline{FO}}{\overline{FA}}$$

En effectuant le produit en croix, nous parvenons à la **formule de Newton** :

$$\overline{FA} \cdot \overline{F'A'} = \overline{FO} \cdot \overline{F'O}$$

## D Relation de conjugaison (formule de Descartes)

### Démonstration : Formule de Descartes

Partons de la relation de Newton :

$$\overline{FA} \cdot \overline{F'A'} = \overline{FO} \cdot \overline{F'O}$$

En utilisant la relation de Chasles pour introduire le point  $O$  :

$$(\overline{FO} + \overline{OA}) \cdot (\overline{F'O} + \overline{OA'}) = \overline{FO} \cdot \overline{F'O}$$

Développons le membre de gauche :

$$\overline{FO} \cdot \overline{F'O} + \overline{FO} \cdot \overline{OA'} + \overline{OA} \cdot \overline{F'O} + \overline{OA} \cdot \overline{OA'} = \overline{FO} \cdot \overline{F'O}$$

En simplifiant par  $\overline{FO} \cdot \overline{F'O}$  de chaque côté :

$$\overline{FO} \cdot \overline{OA'} + \overline{OA} \cdot \overline{F'O} + \overline{OA} \cdot \overline{OA'} = 0$$

Divisons toute l'équation par le produit  $(\overline{OA} \cdot \overline{OA'} \cdot f')$ . Sachant que  $\overline{F'O} = -f'$  et  $\overline{FO} = f'$  :

$$\frac{f' \cdot \overline{OA'}}{\overline{OA} \cdot \overline{OA'} \cdot f'} + \frac{-f' \cdot \overline{OA}}{\overline{OA} \cdot \overline{OA'} \cdot f'} + \frac{\overline{OA} \cdot \overline{OA'}}{\overline{OA} \cdot \overline{OA'} \cdot f'} = 0$$

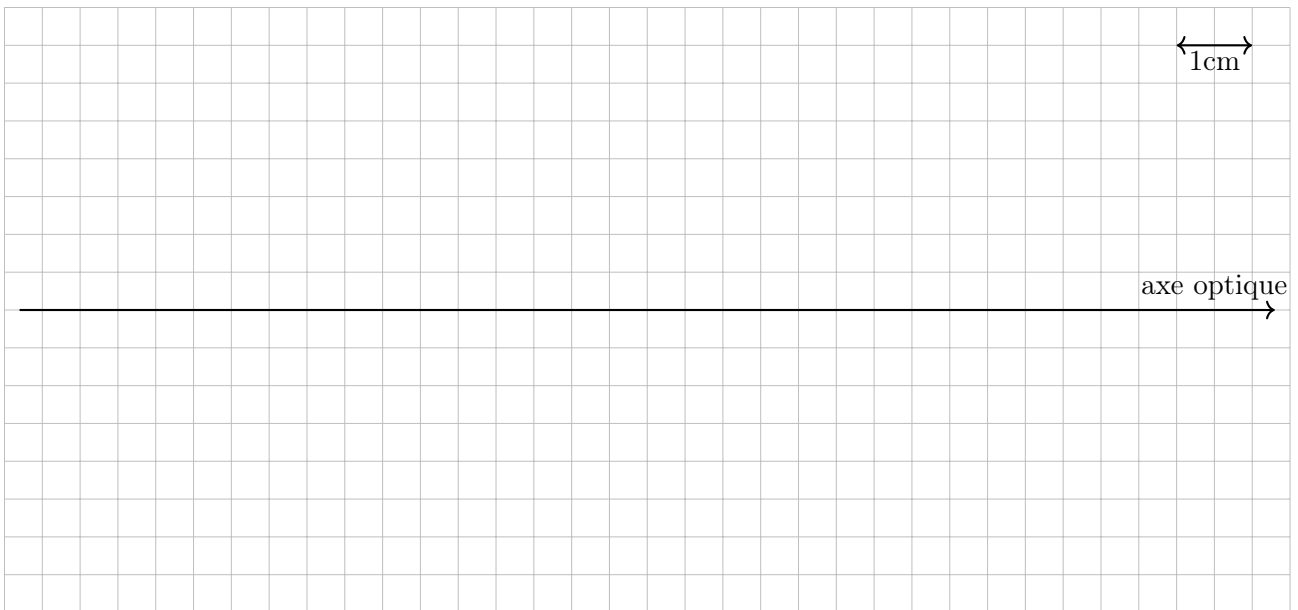
Après simplification, nous obtenons la **relation de conjugaison de Descartes** :

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'}$$

**Exercice 5** Relation de conjugaison au centre optique (★)

Un objet lumineux est placé au point  $A$ , à  $7,5 \text{ cm}$  devant une lentille mince convergente de centre optique  $O$  et de distance focale  $f' = 2 \text{ cm}$ .

**Q1** Représentez la situation à l'aide d'un schéma :



**Q2** Exprimer  $\overline{OA'}$  en fonction de  $\overline{OA}$  et  $f'$ .

**Q3** Exprimer  $\overline{OA}$  en fonction de  $\overline{OA'}$  et  $f'$ .

**Q4** Exprimer  $f'$  en fonction de  $\overline{OA}$  et  $\overline{OA'}$ .

**Q5** L'image est-elle située avant ou après le centre optique  $O$ ? Est ce cohérent avec votre tracé?

 **Exercice 6** Projecteur de cinéma (★ ★)

Un projecteur de cinéma contient une lentille convergente de distance focale  $f' = 50,0$  mm.  
L'écran se situe à  $15,0$  m de la lentille et on dispose d'une pellicule dont les vignettes sont de dimensions  $36,0$  mm  $\times$   $24,0$  mm.

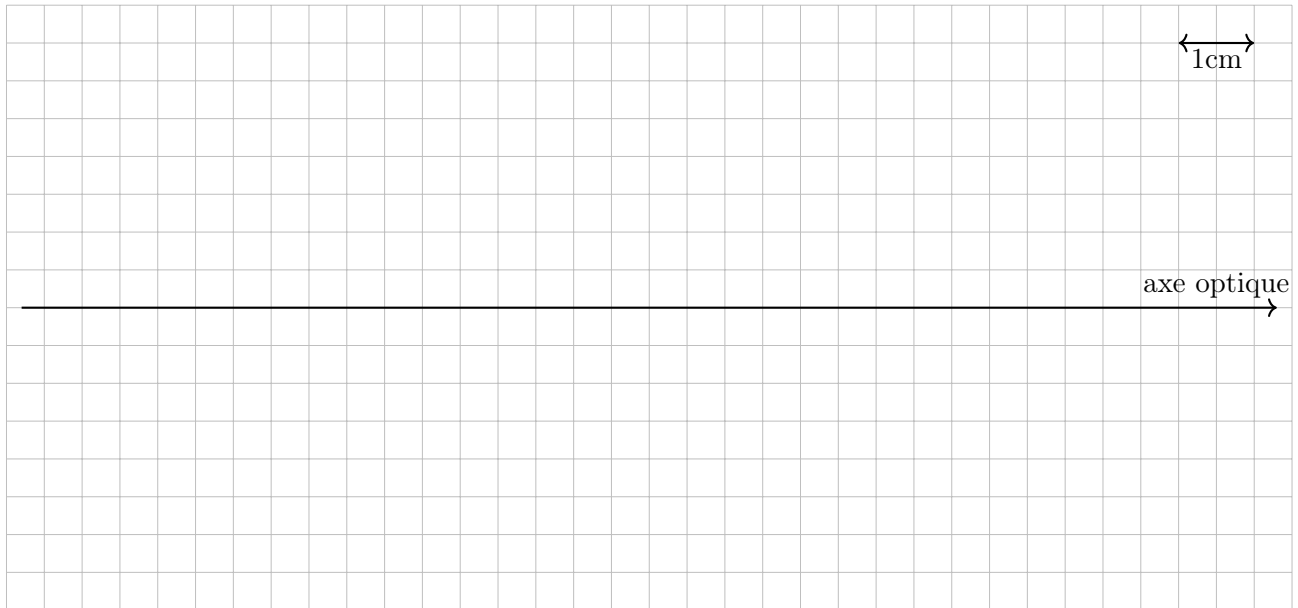
**Q1** À quelle distance algébrique de la lentille doit-on placer la pellicule?

**Q2** Quelles sont les dimensions de l'image d'une vignette sur l'écran?

**Exercice 7 Loupe (★ ★ ★)**

Une loupe est une lentille convergente utilisée dans des conditions particulières. Dans cet exercice, la lentille utilisée a une distance focale de 5,0 cm. On place un objet  $\overline{AB} = 1,0$  cm à une distance de 3,0 cm en avant de la loupe.

**Q1** Faites le schéma représentant la situation :



**Q2** Calculer la position de l'image formée par la loupe.

**Q3** Calculer la taille de l'image formée par la loupe.

**Q4** Cette image est-elle droite ou renversée ?

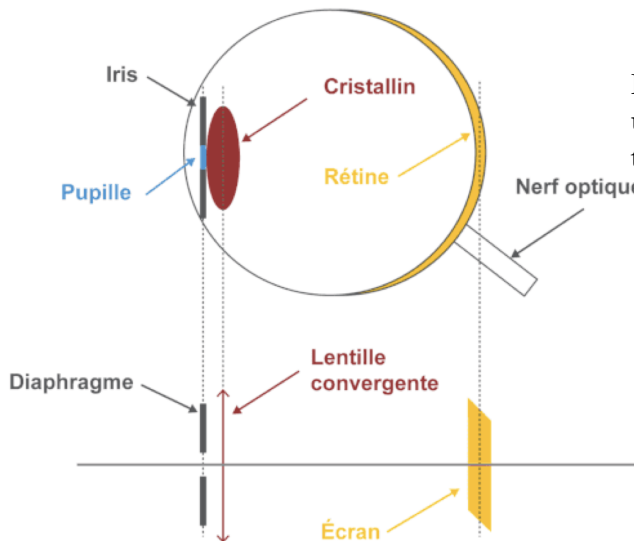
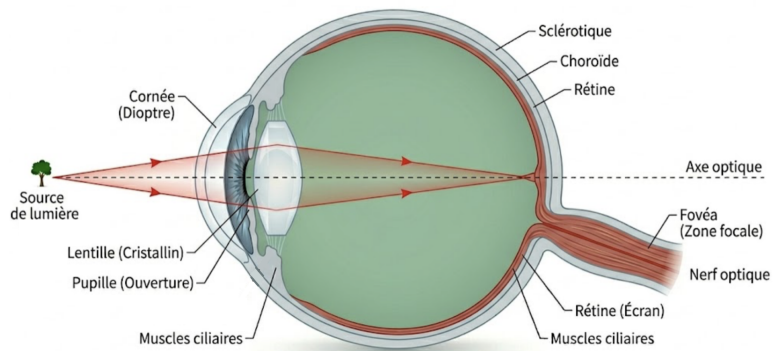
## IV Quelques systèmes optiques

### A L'œil humain

#### A-1 Biologie et modèle de l'œil

La lumière pénètre dans l'œil par la **cornée**, traverse l'**humeur aqueuse**, puis passe par la **pupille** qui en régule la quantité. Elle est ensuite déviée et focalisée par le **cristallin** sur la **rétine**.

La rétine contient des cellules sensorielles : les **cônes** (vision diurne) et les **bâtonnets** (vision nocturne), qui transforment la lumière en signaux nerveux. Ces signaux sont transmis au cerveau par le **nerf optique**.



L'œil peut être modélisé de manière simplifiée par un système optique appelé **œil réduit**, composé de trois éléments principaux :

- **Le diaphragme** : correspond à la **pupille** (et l'iris), il régule la quantité de lumière entrante.
- **L'objectif** : un système convergent (dioptré cornéen + cristallin) modélisé par une **lentille mince convergente** de distance focale variable.
- **Le capteur** : correspond à la **rétine**, modélisée par un **écran** fixe situé à environ 17 mm de la lentille.

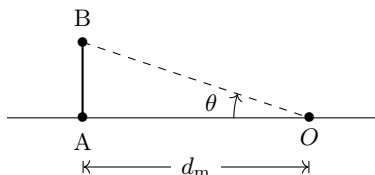
FIGURE 11 – L'œil réduit - *Etienne Thibierge*

## A-2 Pouvoir séparateur


 Définition : Pouvoir séparateur

Le pouvoir séparateur d'un capteur optique décrit sa capacité à distinguer deux points très proches. Il est défini comme **l'angle minimal** que doivent former deux rayons pour pouvoir être interprétés comme provenant de deux points différents.

$$\theta \simeq \frac{AB}{d_m}$$


 Remarque

Il est assez intuitif que le pouvoir de résolution soit défini par un angle plutôt que par une longueur : on ne voit pas avec la même précision les objets éloignés et les objets proches.

 Exercice 8 Diamètre apparent (★)

On considère le schéma de la définition du pouvoir séparateur, montrant l'angle  $\theta$ , appelé diamètre apparent, sous lequel est vu un objet  $AB$  depuis un point  $O$ .

**Q1** Exprimer le diamètre apparent  $\theta$ , en radians, en fonction de  $OA$  et  $AB$ .

**Q2** Exprimer le diamètre apparent  $\theta$ , en degrés, en fonction de  $OA$  et  $AB$ .

Un observateur situé à la surface de la Terre observe des astres, caractérisés par les données suivantes :

	Soleil	Lune
Diamètre	$1,4 \cdot 10^6$ km	$3,5 \cdot 10^3$ km
Distance à la Terre	$150\,600 \cdot 10^3$ km	384 400 km

Pour simplifier les calculs, on pourra utiliser que, quand  $\theta$  est un angle petit et exprimé en radians, on dispose de l'approximation des petits angles :  $\theta \approx \tan(\theta)$ .

**Q3** Calculer le diamètre apparent de la Lune  $\theta_L$  en degrés.

**Q4** Calculer le diamètre apparent du Soleil  $\theta_S$  en degrés.

**Q5** Quel phénomène astronomique la comparaison de  $\theta_L$  et  $\theta_S$  permet-elle d'expliquer ?

 **Exercice 9** Pouvoir séparateur de l'œil (★ ★)

Le pouvoir séparateur d'un œil emmétrope vaut  $\theta_{\min} = 3 \cdot 10^{-4}$  rad : deux points ne peuvent être vus distinctement que si leur écart angulaire est supérieur à cette valeur.

 **Données**

**Conversion des angles :**

- Pour passer des radians aux degrés :  $\alpha(^{\circ}) = \alpha(\text{rad}) \times \frac{180}{\pi}$
- Un degré ( $1^{\circ}$ ) est divisé en 60 minutes d'arc (notées  $60'$ ) :  $1^{\circ} = 60'$ .
- Par conséquent :  $1' = \left(\frac{1}{60}\right)^{\circ}$ .

**Q1** Convertir la valeur du pouvoir séparateur de l'œil en degrés, puis en minute d'arc.

**Q2** Déterminer la distance jusqu'à laquelle cet œil peut distinguer deux traits parallèles séparés de 2 mm.

**Q3** Déterminer l'épaisseur du trait d'une lettre d'un panneau autoroutier lisible à 250 m.

**Q4** Un aigle royal est capable de repérer une proie mesurant 10 cm à 2 km de distance. Quel est le pouvoir de résolution de ses yeux ?

## B Lunette astronomique afocale

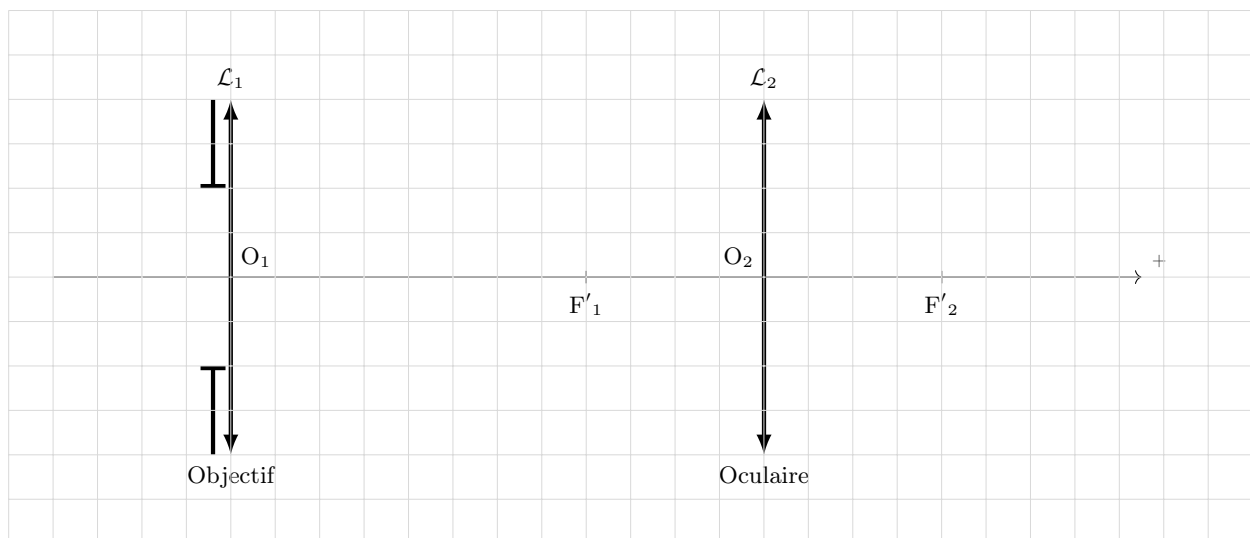
### Remarque

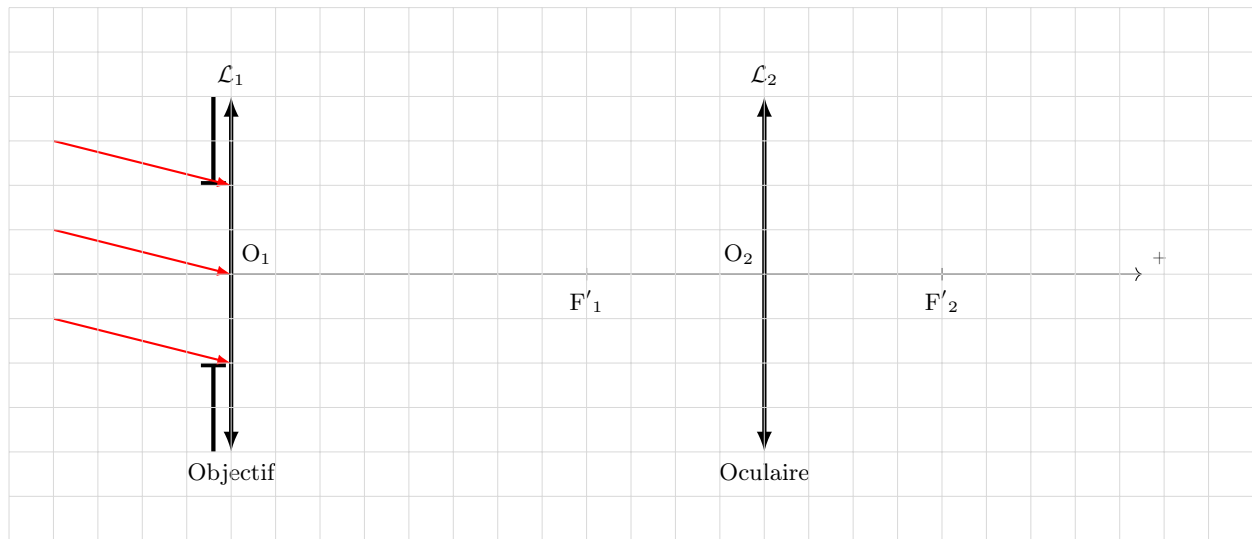
Un objet situé à une distance très grande envoie sur le système optique des rayons lumineux pratiquement parallèles entre eux. Si l'objet est hors de l'axe optique, ces rayons restent parallèles mais sont inclinés d'un angle correspondant à la direction de l'objet, **dans le cas général, ils seront alors représentés avec ce petit angle.**

### Définition : Lunette astronomique afocale

Dans son principe, la lunette est constituée de deux parties :

- Un objectif dont le rôle est de ramener l'image d'un astre sur Terre. L'objectif est une lentille convergente de grande focale  $f'_1$  qui projette l'astre dans son plan focal.
- Un oculaire qui joue le rôle d'une loupe. L'oculaire permet de grossir l'image que donne l'objectif.



**Exercice 10** La lunette astronomique afocale (★ ★)

**Q1** Quelle est la distance séparant les deux lentilles ?

**Q2** Représenter la marche des rayons dans la lunette sur la figure ci-dessus.

**Q3** Le grossissement de la lunette est défini comme le rapport entre le diamètre apparent de l'astre observé avec et sans lunette. L'exprimer en fonction des focales de l'objectif et de l'oculaire.

## C Le microscope optique

### 🔗 Propriété : Le microscope

Le microscope, à l'instar de la lunette astronomique, se compose de deux éléments :

- Un objectif convergent dont le rôle est d'agrandir l'objet observé. Pour cela on cherchera à rapprocher l'objet du plan focal objet de l'objectif.
- Un oculaire qui se comporte comme une loupe et qui permet de grossir l'image intermédiaire.



### Exercice 11

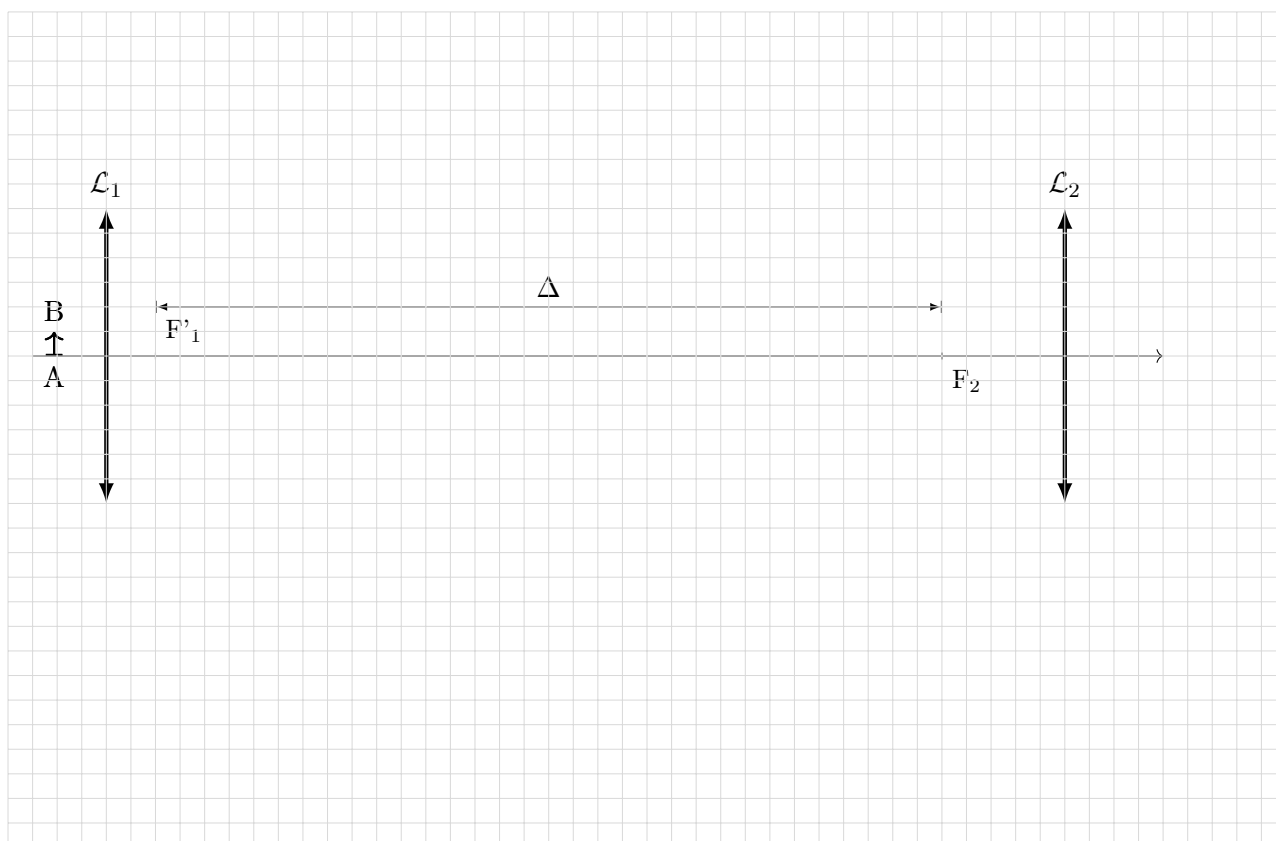
### Microscope avec mise au point à l'infini (★ ★ ★)

Un microscope possède les caractéristiques suivantes :

- Focale de l'objectif :  $f'_1 = 1$  cm
- Focale de l'oculaire :  $f'_2 = 3$  cm
- Intervalle optique :  $\Delta = 15$  cm

Le microscope est réglé pour une vision à l'infini (le foyer objet de l'oculaire  $F_2$  coïncide avec l'image intermédiaire  $A_1$  fournie par l'objectif).

**Q1** Faire le des rayons lumineux issus de l'objet  $AB$  entrant dans le microscope.



**Q2** Quelle est la valeur de l'intervalle optique  $\Delta$  ?

**Q3** Donner l'expression littérale du grandissement  $\gamma_{obj}$  de l'objectif en fonction de  $\Delta$  et  $f'_1$ .

**Q4** Calculer la valeur numérique de ce grandissement  $\gamma_{obj}$ .

**Q5** Calculer la valeur numérique de  $G_{oc}$  (on prendra  $d_m = 25$  cm).

**Rappel**

**Grossissement commercial :** Pour un oculaire de focale  $f'_2$ , il est défini par  $G_{oc} = \frac{d_m}{f'_2}$  avec  $d_m = 0,25$  m (distance minimale de vision distincte).

**Q6** En déduire le grossissement commercial total  $G$  du microscope.